CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to
M-100.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny *Formuła 2023*

MATEMATYKA
Poziom podstawowy

Symbol arkusza
MMAP-P0-100-2305

DATA: **8 maja 2023 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

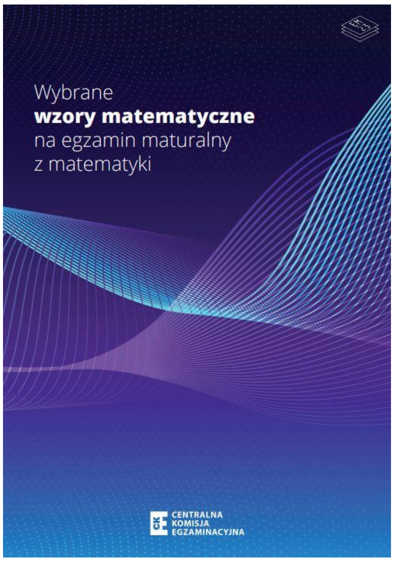
- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

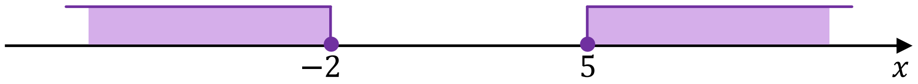
1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 31 stron (zadania 1–31).
   Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora.
   Tabelki umieszczone są na marginesie przy odpowiednich zadaniach.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.

Zadanie 1. (0–1)

Na osi liczbowej zaznaczono sumę przedziałów.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiór zaznaczony na osi jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

A. $|x - 3{,}5| \geq 1{,}5$

B. $|x - 1{,}5| \geq 3{,}5$

C. $|x - 3{,}5| \leq 1{,}5$

D. $|x - 1{,}5| \leq 3{,}5$

Brudnopis

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sqrt[3]{-\frac{27}{16}} \cdot \sqrt[3]{2}$ jest równa

A. $\left(-\frac{3}{2}\right)$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\left(-\frac{2}{3}\right)$

Brudnopis

Zadanie 3. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $(2n+1)^2 - 1$ jest podzielna przez 8.

3.
0–1–2

Zadanie 4. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_9 27 + \log_9 3$ jest równa

A. 81 **B.** 9 **C.** 4 **D.** 2

Brudnopis

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a wyrażenie $(2a-3)^2-(2a+3)^2$ jest równe

A. $-24a$ **B.** 0 **C.** 18 **D.** $16a^2-24a$

Brudnopis

Zadanie 6. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$-2(x+3) \leq \frac{2-x}{3}$$

jest przedział

A. $(-\infty, -4]$ **B.** $(-\infty, 4]$ **C.** $[-4, \infty)$ **D.** $[4, \infty)$

Brudnopis

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jednym z rozwiązań równania $\sqrt{3}(x^2-2)(x+3)=0$ jest liczba

A. 3 **B.** 2 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\sqrt{2}$

Brudnopis

Zadanie 8. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(x+1)(x-1)^2}{(x-1)(x+1)^2} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych

A. nie ma rozwiązania.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: -1.

C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: 1.

D. ma dokładnie dwa rozwiązania: -1 oraz 1.

Brudnopis

9.
0–1–2–3

Zadanie 9. (0–3)

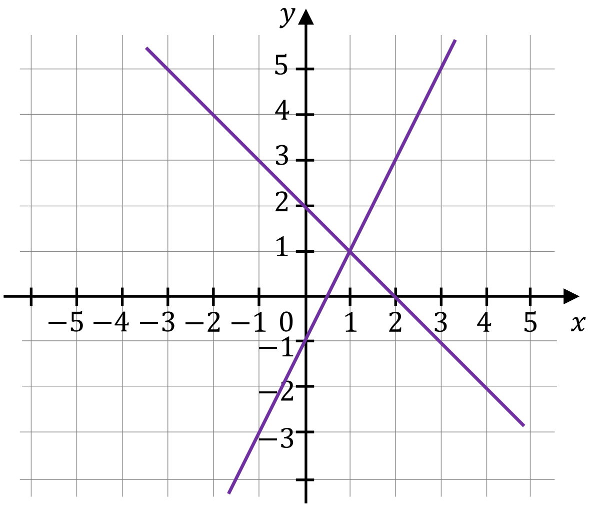
Rozwiąż równanie

$$3x^3 - 2x^2 - 12x + 8 = 0$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 10. (0–1)

Na rysunku przedstawiono interpretację geometryczną w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) jednego z niżej zapisanych układów równań A–D.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

A. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

Brudnopis

Zadanie 11. (0–2)

Dany jest prostokąt o bokach długości a i b, gdzie $a > b$. Obwód tego prostokąta jest równy 30. Jeden z boków prostokąta jest o 5 krótszy od drugiego.

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

11.
0–1–2

Zależności między długościami boków tego prostokąta zapisano w układach równań

oznaczonych literami: ……… oraz ……… .

A. $\begin{cases} 2ab = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2a + b = 30 \\ a = 5b \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2(a + b) = 30 \\ b = a - 5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ b = 5a \end{cases}$

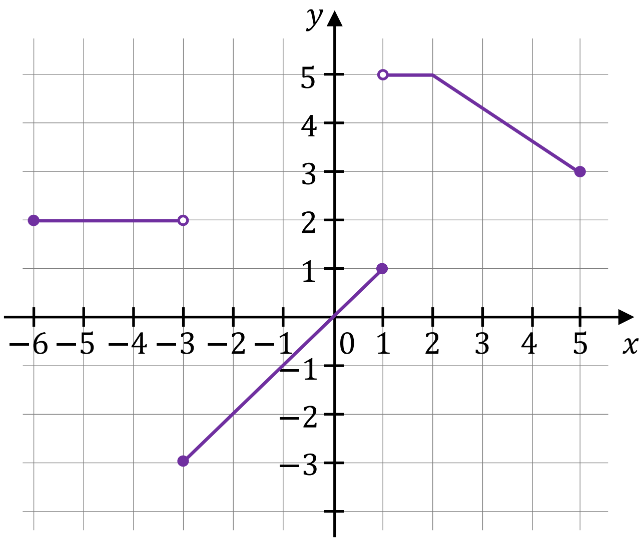
E. $\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$

F. $\begin{cases} a + b = 30 \\ a = b + 5 \end{cases}$

Brudnopis

Zadanie 12.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



Zadanie 12.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dziedziną funkcji f jest zbiór

A. $[-6, 5]$ **B.** $(-6, 5)$ **C.** $(-3, 5]$ **D.** $[-3, 5]$

Brudnopis

Zadanie 12.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największa wartość funkcji f w przedziale $[-4, 1]$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 5

Brudnopis

Zadanie 12.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

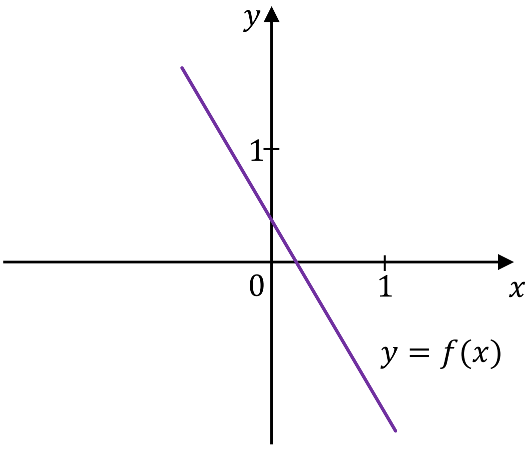
Funkcja f jest malejąca w zbiorze

A. $[-6, -3)$ **B.** $[-3, 1]$ **C.** $(1, 2]$ **D.** $[2, 5]$

Brudnopis

Zadanie 13. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Na rysunku obok przedstawiono fragment wykresu funkcji f w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a oraz liczba b we wzorze funkcji f spełniają warunki:

A. $a > 0$ i $b > 0$.

B. $a > 0$ i $b < 0$.

C. $a < 0$ i $b > 0$.

D. $a < 0$ i $b < 0$.

Brudnopis

Zadanie 14. (0–1)

Jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej f jest liczba (-5). Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, będącej wykresem funkcji f, jest równa 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A. 11 **B.** 1 **C.** (-1) **D.** (-13)

Brudnopis

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2^n \cdot (n+1)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyraz a_4 jest równy

A. 64 **B.** 40 **C.** 48 **D.** 80

Brudnopis

Zadanie 16. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(27,\ 9,\ a-1)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a jest równa

A. 3 **B.** 0 **C.** 4 **D.** 2

Brudnopis

Zadanie 17. (0–2)

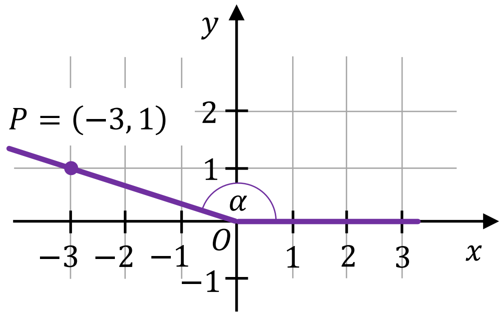
Pan Stanisław spłacił pożyczkę w wysokości 8910 zł w osiemnastu ratach. Każda kolejna rata była mniejsza od poprzedniej o 30 zł.

17.
0–1–2

Oblicz kwotę pierwszej raty. Zapisz obliczenia.

Zadanie 18. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono kąt α o wierzchołku w punkcie $O = (0, 0)$. Jedno z ramion tego kąta pokrywa się z dodatnią półosią Ox, a drugie przechodzi przez punkt $P = (-3, 1)$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$ **B.** $\left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$ **C.** $\left(-\frac{3}{1}\right)$ **D.** $\left(-\frac{1}{3}\right)$

Brudnopis

Zadanie 19. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\sin^4\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$ jest równe

A. $\sin^2\alpha$

B. $\sin^6\alpha \cdot \cos^2\alpha$

C. $\sin^4\alpha + 1$

D. $\sin^2\alpha \cdot (\sin\alpha + \cos\alpha) \cdot (\sin\alpha - \cos\alpha)$

Brudnopis

Zadanie 20. (0–1)

W rombie o boku długości $6\sqrt{2}$ kąt rozwarty ma miarę $150°$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

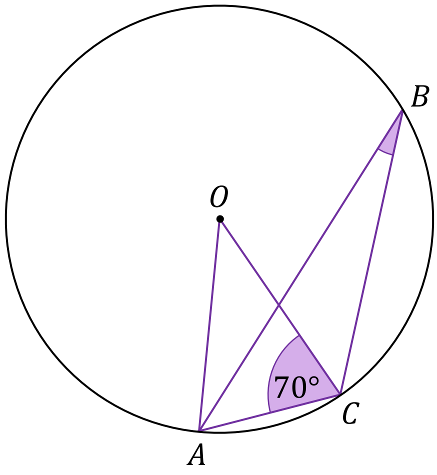
Iloczyn długości przekątnych tego rombu jest równy

A. 24 **B.** 72 **C.** 36 **D.** $36\sqrt{2}$

Brudnopis

Zadanie 21. (0–1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku w punkcie O.
Kąt ACO ma miarę $70°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie.
Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego ABC jest równa

A. $10°$ **B.** $20°$ **C.** $35°$ **D.** $40°$

Brudnopis

Zadanie 22. (0–2)

Trójkąty prostokątne T_1 i T_2 są podobne. Przyprostokątne trójkąta T_1 mają długości 5 i 12. Przeciwprostokątna trójkąta T_2 ma długość 26.

Oblicz pole trójkąta T_2. Zapisz obliczenia.

22.
0–1–2

Zadanie 23. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są proste k oraz l o równaniach

$$k\colon\ y = \frac{2}{3}x$$

$$l\colon\ y = -\frac{3}{2}x + 13$$

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Proste k oraz l

A.	są prostopadłe	i przecinają się w punkcie P o współrzędnych	**1.**	$(-6, -4)$
			2.	$(6, 4)$
B.	nie są prostopadłe		**3.**	$(-6, 4)$

Brudnopis

Zadanie 24. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu

$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest równoległa do prostej k i przechodzi przez punkt $P = (3, 5)$, gdy

A. $a = 3$ i $b = 4$.

B. $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 4$.

C. $a = 3$ i $b = -4$.

D. $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 6$.

Brudnopis

Zadanie 25. (0–1)

Dany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny, w którym krawędź podstawy ma długość 15. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

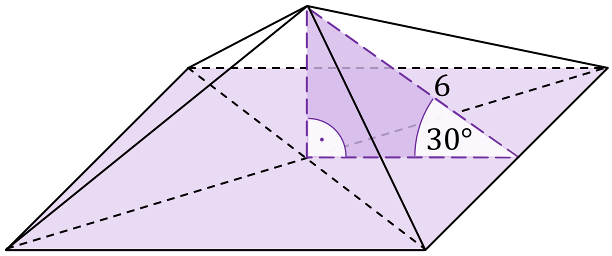
Długość przekątnej tego graniastosłupa jest równa

A. $15\sqrt{2}$ **B.** 45 **C.** $5\sqrt{2}$ **D.** 10

Brudnopis

Zadanie 26. (0–4)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° i ma długość równą 6 (zobacz rysunek).



26.
0–1–2–3–4

Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

Zadanie 27. (0–1)

W pewnym ostrosłupie prawidłowym stosunek liczby W wszystkich wierzchołków do liczby K wszystkich krawędzi jest równy $\frac{W}{K} = \frac{3}{5}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Podstawą tego ostrosłupa jest

A. kwadrat.
B. pięciokąt foremny.
C. sześciokąt foremny.
D. siedmiokąt foremny.

Brudnopis

Zadanie 28. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

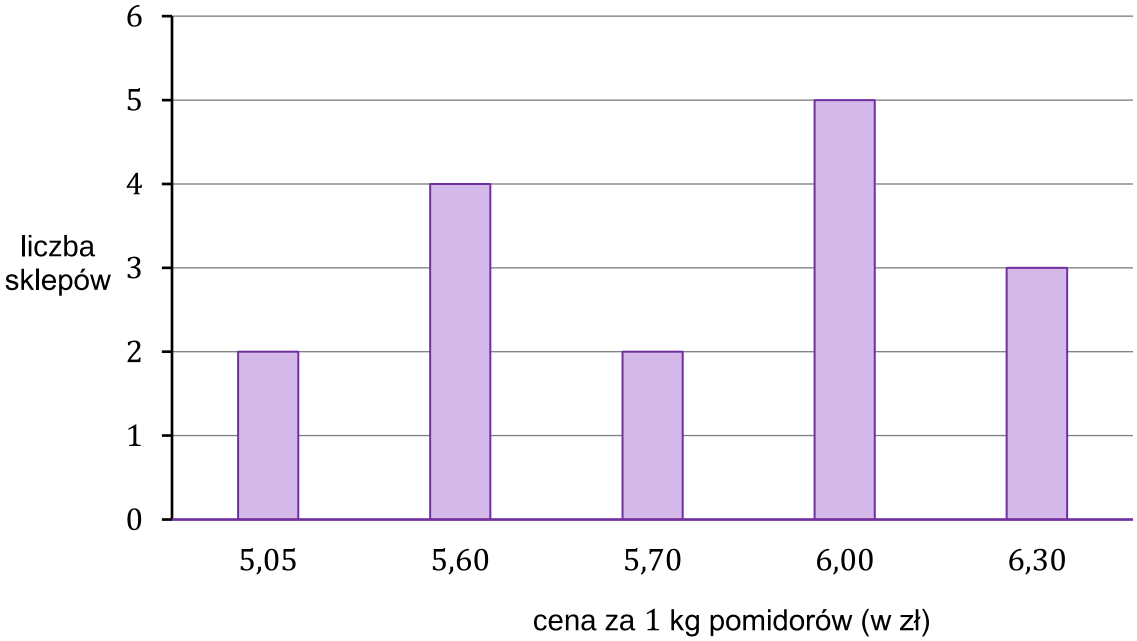
Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry $0, 5, 7$ (np. $57\,075$, $55\,555$), jest

A. 5^3
B. $2 \cdot 4^3$
C. $2 \cdot 3^4$
D. 3^5

Brudnopis

Zadanie 29. (0–2)

Na diagramie poniżej przedstawiono ceny pomidorów w szesnastu wybranych sklepach.



Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–E.

29.
0–1–2

29.1.	Mediana ceny kilograma pomidorów w tych wybranych sklepach jest równa	
29.2.	Średnia cena kilograma pomidorów w tych wybranych sklepach jest równa	

A. 5,80 zł　**B.** 5,73 zł　**C.** 5,85 zł　**D.** 6,00 zł　**E.** 5,70 zł

Brudnopis

Zadanie 30. (0–2)

Ze zbioru ośmiu liczb $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ losujemy ze zwracaniem kolejno dwa razy po jednej liczbie.

30.
0–1–2

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że iloczyn wylosowanych liczb jest podzielny przez 15. Zapisz obliczenia.

Zadanie 31.

Właściciel pewnej apteki przeanalizował dane dotyczące liczby obsługiwanych klientów z 30 kolejnych dni. Przyjmijmy, że liczbę L obsługiwanych klientów n-tego dnia opisuje funkcja

$$L(n) = -n^2 + 22n + 279$$

gdzie n jest liczbą naturalną spełniającą warunki $n \geq 1$ i $n \leq 30$.

Zadanie 31.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Łączna liczba klientów obsłużonych w czasie wszystkich analizowanych dni jest równa $L(30)$.	**P**	**F**
W trzecim dniu analizowanego okresu obsłużono 336 klientów.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 31.2. (0–2)

31.2.
0–1–2

Którego dnia analizowanego okresu w aptece obsłużono największą liczbę klientów? Oblicz liczbę klientów obsłużonych tego dnia. Zapisz obliczenia.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2023

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2023

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2023